

# Économétrie des Marchés Financiers

-

## Faits Stylisés & Modélisations

*"L'économie est une science consistant à penser en termes de modèles" Keynes*

Daniel HERLEMONT

1

### Faits stylisés



**Faits stylisés = propriétés statistiques communes à la plupart des actifs financiers**

**les prix suivent un processus multiplicatifs** la variable à modéliser est le rendement  $\delta p/p$ , ce faisant  $|\delta p/p| \sim \sigma p$ , cependant à des intervalles de temps très courts, il semble qu'il y ait indépendance entre  $|\delta p/p|$  et  $p$

**Absence d'auto-corrélation des rendements** La traduction la plus immédiate de l'Hypothèse des Marchés Efficients (EMH), rend inefficace toute méthode dite "linéaire" : moyenne mobile, analyse de Fourier,

**"Fat tails" (queues épaisses)** la distribution des prix ne suit pas une gaussienne, comme le prédit l'EMH. Les pertes sévères ne sont pas aussi rares ... relation directe entre : mimétisme, liquidité et kurtosis (mesure de l'aplatissement)

**Asymétrie négative:** biais vers les pertes plus élevées. Semble lié à plusieurs facteurs : aversion aux pertes, analystes, politique de communication : les blue ships étant plus sujettes à une forte asymétrie négative.

**Clustering de volatilité** les périodes calmes alternent avec des périodes de grande activité

**Effet de levier** : corrélation négative rendement / volatilité : si le prix baisse, le ratio d'endettement augmente et donc le risque et donc la volatilité, et inversement ... discutable ...

**Corrélation volume / volatilité:** une augmentation du volume correspond, en général, à une augmentation de l'intensité (fréquence) de trading

**Auto-corrélation valeur absolue des rendements** c'est l'autocorrélation la plus forte. Les mesures dites robustes (valeur absolue, range, ..) donnent de meilleures estimations

Daniel HERLEMONT

2

## Modélisation

But: rendre compte des faits stylisés par des modèles:

Différents types de modélisations:

- descriptive et statistique : vise à représenter les données par des modèles mathématiques, sans nécessairement chercher à les expliquer.

- explicative/normative: beaucoup plus ambitieux car cherche à expliquer les modèles statistiques et faits stylisés par des théories, des causes présupposées, des comportements, des interactions, ... exemple le CAPM, l'APT,

Ici nous nous limiterons à la modélisation descriptive et statistique,

même si on peut guider, expliquer, voire justifier cette modélisation par des causes plausibles.

Exemples:

- des rendements gaussiens trouvent sont justifiés par le Théorème de la Limite Centrale,
- l'absence d'autocorrélation systématique est justifiée par une certaine "efficacité" des marchés?

## Modèles pour les rendements

### ○ Qu'elle est la variable qui décrit le mieux les variations des actifs ?

☞ Modèles multiplicatifs:

↳ Rendements logarithmiques :  $r_t = \log(p_t) - \log(p_{t-1})$ ,  $p = p_0 \exp(r_1 + r_2 + \dots + r_t)$ , garantit que les prix sont toujours  $> 0 \forall r$ , même en cas de très fortes baisses ... pas forcément le bon argument ...

↳ Rendements arithmétiques :  $r_t = (p_t - p_{t-1}) / p_{t-1}$   
rendements usuels, assez proches du modèle en log, si  $\delta \log p \approx \delta p / p$   
donc avec des rendements faibles, sur des horizons courts, et en temps discret  
Mieux adapté à la gestion de portefeuille.

☞ RI: modèle additif,  $r_t = (p_t - p_{t-1})$ , on raisonne en points de base, semble être la bonne variable à modéliser à des intervalles de temps courts (intraday, par exemple)  
...

### ○ Modèle additif ou multiplicatif ?

☞ On testera la dépendance  $|\delta p|$  vs  $p$  par une régression  $|\delta p| \sim p$

↳ Dans un modèle multiplicatif, on devrait avoir  $|\delta p| \sim \sigma p$

↳ Dans un modèle additif il y a indépendance entre  $|\delta p|$  et  $p$

## Rendements additifs ou multiplicatifs ?

régression lineaire  $\text{lm}(|\delta p| \sim p)$

```
closes=read.csv("^FCHI.txt")[, "Close"]
d=abs(diff(closes))
```

summary(reg)

Call:

```
lm(formula = a ~ p[-N])
```

Residuals:

```
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-76.41 -16.62  -6.09    9.13  278.75
```

Coefficients:

```
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -4.897922   1.297685  -3.77  0.00016 ***
p[-N]        0.012350   0.000384  32.20 < 2e-16 ***
```

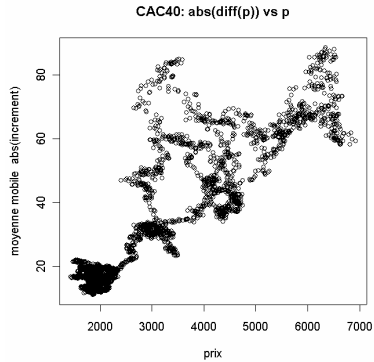
Residual standard error: 32 on 3507 degrees of freedom

Multiple R-Squared: 0.228, Adjusted R-squared: 0.228

F-statistic: 1.04e+03 on 1 and 3507 DF, p-value: <2e-16

```
> sd(diff(log(p)))
```

```
[1] 0.0139
```



La valeur absolue de l'incrément dépend du prix: justifie l'étude de modèles multiplicatifs pour les prix :

**rendements =  $\delta \log p$**

Daniel HERLEMONT

5

## Modèle multiplicatif lognormal et Théorème de la limite central

Un modèle lognormal est tel que les incréments du logarithme des prix  $\delta \log(p)$  est gaussien  $N(\mu, \sigma^2)$  de moyenne  $\mu$  et variance  $\sigma^2$ .

Le modèle gaussien n'est que l'expression du Théorème Central Limite (TCL): le rendement sur une période  $T$  peut être considéré comme la somme de rendements aux sous périodes  $T/n$ , avec  $n$  le nombre de sous périodes.

Si ces rendements sont identiquement distribués et indépendants, alors le Théorème Central Limite s'applique et la distribution du rendement converge vers une loi normale:

$$\log(p_t) - \log(p_0) = (\log(p_t) - \log(p_{t-1})) + \dots + (\log(p_1) - \log(p_0))$$

est donc une somme de variables aléatoires indépendantes normalement distribuées et de même loi,  $\log(p_t/p_0)$  est donc également normalement distribué

de moyenne  $\mu t$

variance  $\sigma^2 t$  (les variables étant indépendantes, les variances s'additionnent).

Remarque: le TCL est applicable pour une très large classe de distributions, même si les distributions élémentaires ne sont pas normales et si il existe une dépendance faible entre les variables

On voit donc apparaître le facteur d'échelle en  $t$  pour la moyenne, et  $\sigma t^{1/2}$  pour la volatilité. conduit tout naturellement au modèle stochastique de brownien géométrique ...

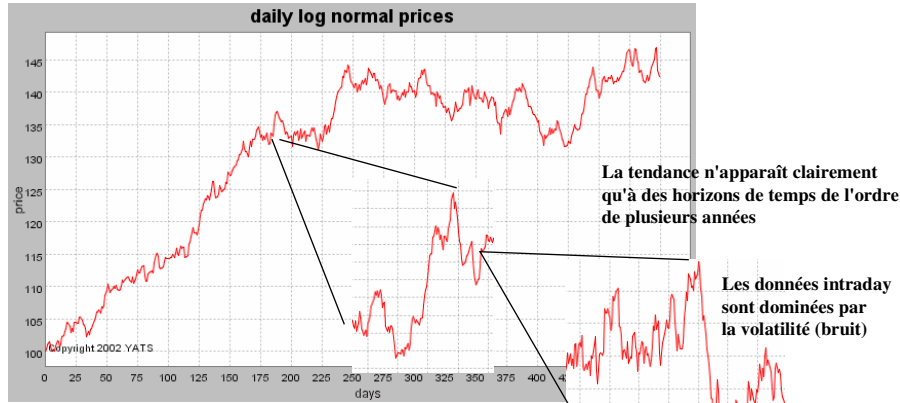
Si le TCL est applicable 3 propriétés essentielles doivent donc être vérifiées:

1. Les rendements doivent être gaussiens
2. Indépendance
3. Effet d'échelle en  $t^{1/2}$

Daniel HERLEMONT

6

$$\text{signal/bruit} = r/\sigma \sim t^{1/2} \rightarrow 0 \text{ lorsque } \Delta t \rightarrow 0$$



Les rendements des prix suivent (en première approche) un mouvement brownien géométrique :

- indépendance = la meilleure prédiction possible est le cours actuel.
- facteur d'échelle ~ racine carré du temps (conséquence de l'indépendance) :

$$\text{volatilité jour} = \text{volatilité annuelle} / 260^{0.5}$$

$$\text{rendement jour} = \text{rendement annuel} / 260$$

$$\text{signal/bruit} = r/\sigma \sim t^{1/2}$$

$$\rightarrow 0 \text{ lorsque } \Delta t \rightarrow 0$$

	rendement	volatilité	signal/bruit = $r/\sigma \sim t^{1/2}$
annuel	5%	20%	0.25
jour	0,02%	1.26%	0,016

temps caractéristique =  $\sigma^2/\mu^2$  temps pour lequel signal - bruit exemple précédent T=16 ans !!!

Daniel HERLEMONT

7

### Simulation du modèle lognormal

Un modèle lognormal est tel que les incréments du logarithme des prix  $\delta \log(p)$  est gaussien  $N(\mu, \sigma)$  de moyenne  $\mu$  et variance  $\sigma^2$ .

Les prix relatifs

$$x_i = p_i/p_{i-1}$$

sont donc distribués suivant une loi lognormale de moyenne

$$E[x_i] = e^r$$

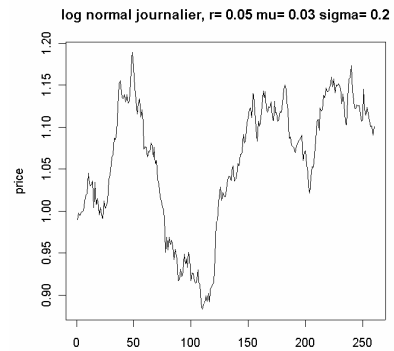
avec  $r = \mu + \sigma^2/2$

et médiane(x) =  $e^\mu$

en général, on connaît r, mais pas mu ...

r est donné par les estimations des Bénéfices par Action, par exemple ...  $r \sim \text{BPA}/\text{cours}$

remarque: lorsque  $\sigma^2/2$  est grand devant r ou mu, les réalisations correspondantes à l'espérance r deviennent improbables



```
n=100
# calcul des incréments normalement distribués
x=rnorm(n,mu,sigma)
# x est l'incrément du log, donc log(p_i)-log(p_{i-1})
price0=1 # sans perte de généralité
lnprice=cumsum(x)+price0
price=exp(lnprice)
plot(price,type="l",
main=paste("log normal, r=",r,"mu=",mu,"sigma=",sigma))
```

Daniel HERLEMONT

8

## Tests de normalité des rendements

### ○ Tests graphiques

☞ Histogrammes

☞ graphiques quantile-quantile

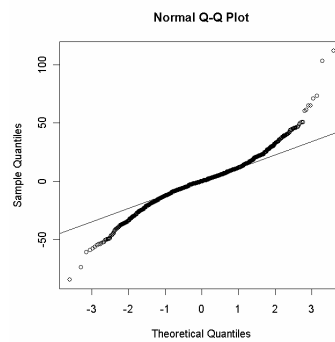
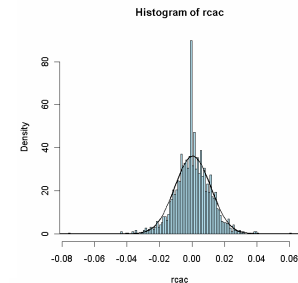
### ○ Tests statistiques

☞ Kolmogorov Smirnov

☞ Tests du Chi2

☞ Shapiro Wilk

☞ Jarque Bera



Daniel HERLEMONT

## Histogrammes

### ○ Permet de visualiser la distribution empirique

### ○ La distribution des rendements est leptokurtique: comparé au fit gaussien:

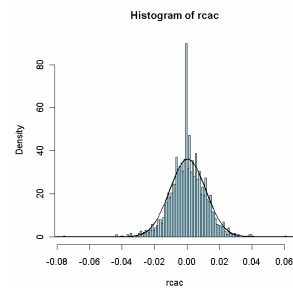
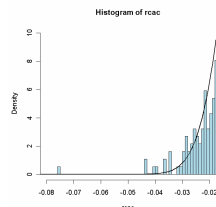
☞ pic au centre: les rendements faibles sont plus fréquents

☞ queues de distribution épaisses: les fortes baisses ou les hausses sont:

☞ plus fréquentes

☞ de plus grande ampleur

=> risques plus élevés



```
> cac=EuStockMarkets[, "CAC"]
> rcac=diff(log(cac))
> hist(rcac,prob=T,breaks=100,
col="light blue")
> curve(dnorm(x,mean(rcac),sd(rcac)),
add=T,lwd=2)
```

```
> hist(rcac,prob=T,breaks=100,col="light blue", xlim=c(-0.08,-0.02),ylim=c(0,10))
> curve(dnorm(x,mean(rcac),sd(rcac)),add=T,lwd=2)
```

Daniel HERLEMONT

10

## Hist et density

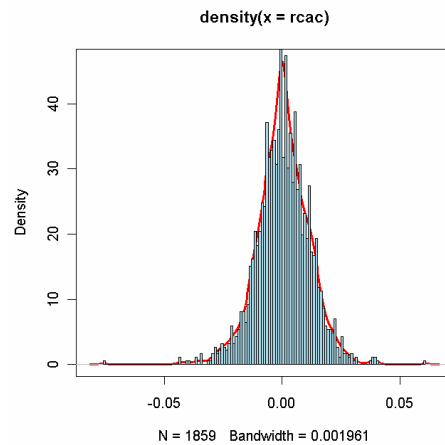
Estimation non paramétrique  
de la densité:  
la densité \approx histogramme

$$f_n(x) = \frac{\sum_{j=1}^n K\left(\frac{x-X_j}{h}\right)}{nh}$$

K = noyau

cf ?density  
dans le package de base

```
data(EuStockMarkets)
cac=EuStockMarkets[, "CAC"]
rcac=diff(log(cac))
d=density(rcac)
plot(d, lwd=3, col="red")
hist(rcac, prob=T, breaks=100,
add=T, col="light blue")
```



Daniel HERLEMONT

11

## Graphiques quantile-quantile

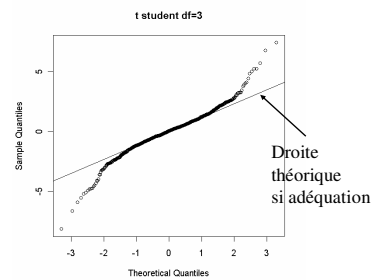
Désigné aussi par le terme "qq-plot". Un qqplot permet de voir rapidement l'adéquation d'un échantillon à une distribution, ou comparer deux échantillons entre eux.

Soient  $F$ , la fonction de répartition estimée construite à partir des observations, représentée sur l'axe des  $y$ , et  $G$  la fonction de répartition théorique, représentée sur l'axe  $x$

A chaque observation représentée par l'ordonnée  $y$ , on fait correspondre, l'abscisse  $x$ , tel que  $x=G^{-1}F(y)$

Si  $F$  provient de  $G$ , alors  $x=G^{-1}F(y) \sim y$  et on devrait observer une droite.

Dans le cas contraire, en cas de déviations évidentes, on pourra rejeter l'hypothèse de l'adéquation de l'échantillon à la distribution théorique.



compare un échantillon d'une loi de tStudent à 3 degrés de liberté, à la loi normale.

```
y=rt(1000,3)
qqnorm(y, main="t student
df=3")
qqline(y)
```

Daniel HERLEMONT

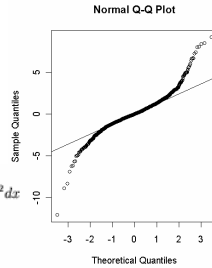
12

## qqplots pour quelques distributions

**Student, degré de liberté = 3**  
peut être utilisé pour modéliser la distribution des incréments

$$p(x)dx = \frac{\gamma(\frac{v+1}{2})}{\sqrt{\pi v} \gamma(\frac{v}{2})} \left(1 + \frac{x^2}{v}\right)^{-(v+1)/2} dx$$

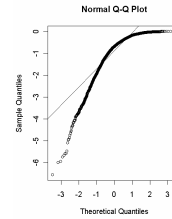
$$-\infty < x < \infty$$



**Exponentielle:**  
également utilisée pour modéliser les cours

$$p(x)dx = \frac{1}{\mu} \exp\left(-\frac{x}{\mu}\right) dx$$

$$x \geq 0$$

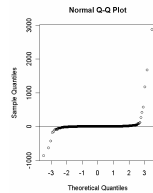


**Cauchy**

à l'extrême possède une moyenne et variance infinies

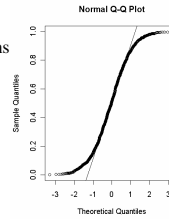
$$p(x)dx = \frac{1}{\pi \left(1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2\right)} dx$$

$$-\infty < x < \infty$$



Toutes les distributions n'ont pas des queues épaisses: exemple la loi uniforme

autres exemples:  
binomiale  
gaussienne tronquée  
qui sont des profils de P&L de systèmes de trading avec profit exit et stop loss.



Rappel normal=

$$p(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$

$$-\infty < x < \infty$$

Daniel HERLEMONT

13

## qqnorm CAC40

```

closes=rev(
  read.csv("^FCHI.txt")[,"Close"])
rcloses=diff(log(closes))
qqnorm(rcloses,main="CAC40");
qqline(rcloses)

```

```

zoom sur la queue de distribution:
qqnorm(rcloses,main="CAC40",
  xlim=c(-4,0),ylim=c(-0.08,0));
qqline(rcloses)

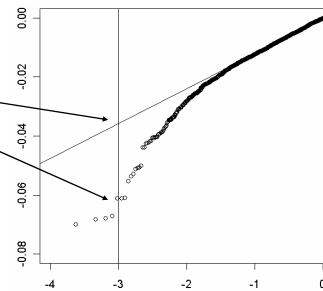
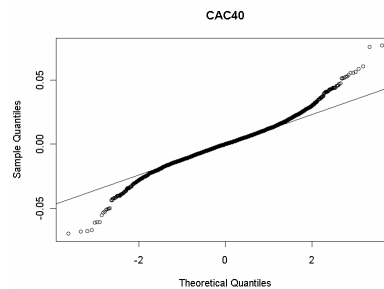
```

lire les pertes à -3 sigma  
abline(v=-3)

coupe la droite vers -3.5%

coupe la distribution empirique à -6/7%

autrement dit le modèle gaussien sous estime la baisse par un facteur 2 !!! ces -3.5% ne se produisent pas à -3 sigma mais à -2 sigma



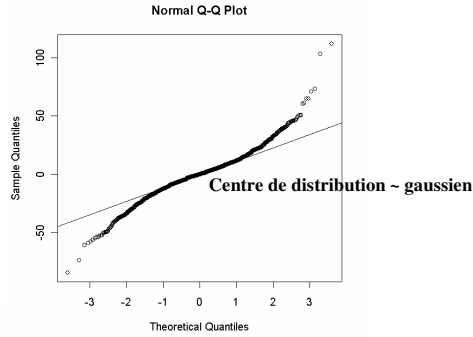
Daniel HERLEMONT

14

## Interprétations d'un graphique quantile-quantile



**qqplot intraday future CAC40  
incréments de 1 heure**



**Queues de distribution "anormales"**

**Lecture verticale**

**Perte à -3 sigma**

**attendue ~ 50**

**réalisée ~ 100**

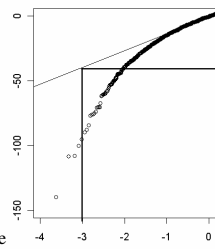
**~ 8 sigma !!!**

**quasiment**

**impossible**

**avec l'hypothèse**

**normale**



**Lecture horizontale**

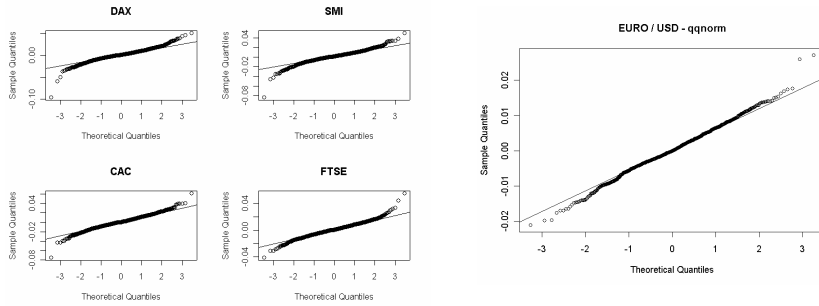
**La perte "normale" -50  
à -3 sigma (~ 0.14%),  
se produit en réalité  
à -2 sigma (~ 2.28%)  
soit en réalité, ~ 16 fois plus  
d'évènements à 3 sigma  
que dans le modèle normal**

**Idem pour les hausses  
sans doute moins marqué  
(asymétrie négative  
- a voir ....)**

Daniel HERLEMONT

15

## Exemples



**Tous les indices européens ont des queues épaisses  
prononcées**

**Idem pour les devises,  
mais moins prononcé**

Daniel HERLEMONT

16

## Tests statistiques de (non) normalité

### ○ Test de Kolmogorov Smirnov:

- ☞ basé sur une statistique de "distance" entre fonctions de répartition
- ☞ Utilisable pour tester l'adéquation à distribution, pas seulement gaussienne, nécessite une adaptation pour la gaussienne lorsque la variance est inconnue - lilliefors

### ○ Test du chi2

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k (O_i - E_i)^2 / E_i$$

- ☞ compare des fréquences
  - ↳ O = observées
  - ↳ E = espérées
- ☞ Nécessite un choix arbitraire sur la taille de intervalles

### ○ Tests spécifiques à la distribution normale

#### ○ Shapiro Wilk

$$W = \frac{\left( \sum_{i=1}^n a_i x_{(i)} \right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

- le mieux adapté pour des échantillons de faible taille

#### ○ Jarque Bera

$$\frac{n}{6} \left[ S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right] \sim \chi_2^2$$

- statistique basée sur les moments d'ordre 3 et 4, normalement nuls dans le cas gaussien

Daniel HERLEMONT

ref on line: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35.htm>

17

## Exemples d'application des tests statistiques de normalité

Dans **R**, La plupart des tests se trouvent dans le package **ctest** pour "classical tests"

```
chisq.test() Test du  $\chi^2$ 
ks.test() Kolmogorov-Smirnov
shapiro.test() Shapiro Wilk
binom.test() test loi binomiale
t.test() test de student
```

Dans **tseries**:

```
jarque.bera.test()
```

#### Application au CAC40

```
closes=rev(read.csv("^FCHI.txt")[, "Close"])
rcloses=diff(log(closes))
```

```
> shapiro.test(rcloses)
Shapiro-Wilk normality test
data: rcloses
W = 0.9742, p-value = < 2.2e-16
> jarque.bera.test(rcloses)
Jarque Bera Test
data: rcloses
X-squared = 922.9579, df = 2, p-value = < 2.2e-16
```

Tous les tests renvoient une p-value (probabilité critique) p-value: la probabilité de faire une erreur si on rejette l'hypothèse nulle alors que cette hypothèse est vraie (erreur de type I)

la pvalue est aussi la probabilité pour que sous l'hypothèse nulle, la statistique soit due au hasard.

Pour rejeter une hypothèse, il faut donc que la pvalue soit la plus faible possible.

Inversement on acceptera l'hypothèse si la p-value est grande. La pvalue donne le seuil maximum d'acceptation de l'hypothèse.

Daniel HERLEMONT

18

### Exemple de p-value

Est ce que les rendements du CAC40 sont différents de zero ?

```
> t.test(diff(log(EuStockMarkets["CAC"])))  
One Sample t-test  
data: diff(log(EuStockMarkets["CAC"]))  
t = 1.708, df = 1858, p-value = 0.08775  
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0  
95 percent confidence interval:  
-6.471e-05 9.388e-04  
sample estimates:  
mean of x  
0.0004371
```

Le risque d'erreur en disant que les rendements sont différents de zero est de 8.775% (pvalue).

Daniel HERLEMONT

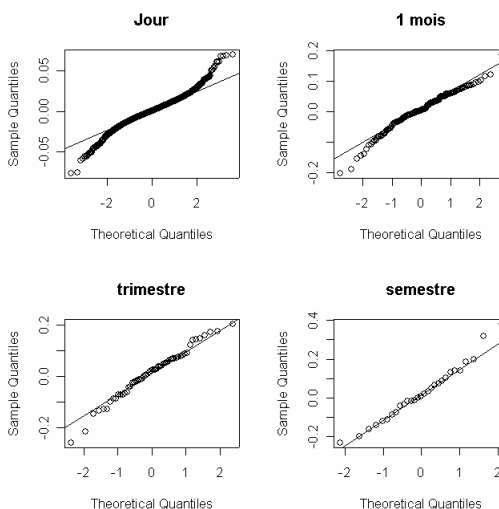
19

### Gaussianité par agrégation

Les divergences par rapport aux modèles de rendements gaussiens se réduisent lorsque l'intervalle d'observation augmente

Au delà de trois mois, les rendements du CAC40 ne peuvent être distingué d'une gaussienne

```
> shapiro.test(rmonth3)  
Shapiro-Wilk normality  
test data: rmonth3 W =  
0.9814, p-value = 0.5145
```



Daniel HERLEMONT

20

## (non) Gaussianité à très haute fréquence

A l'opposé, plus la fréquence augmente et plus la distribution empirique dévie d'une gaussienne

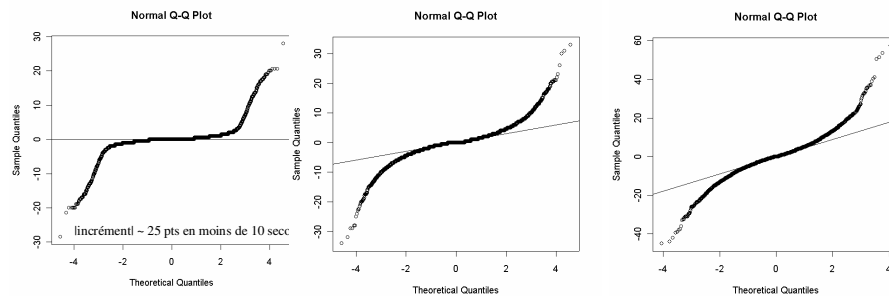
Exemple: Intraday Future CAC40  
on adopte ici un modèle par simple incréments : modélisation de delta(prix)

La divergence est d'autant plus marquée que l'intervalle de temps est court

10 secondes

1 minute

10 minutes



Les fortes pertes à 10 secondes sont sensiblement les mêmes que les pertes en 1 minutes ....  
Les mouvements de très forte ampleur se produisent à des instants précis et très rapidement ...  
ce qui laisse très peu de temps pour réagir ...  
fonctionnement par bursts: pic d'activité+forts mouvements alternent avec des périodes de calme

Daniel HERLEMONT

21

## Indépendance ?

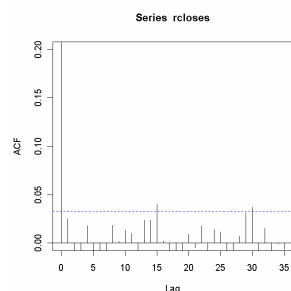
- Les rendements sont ils indépendants ?  
Une première approche: consiste à tester les autocorrélations:

- Autocorrélogramme
- Test de Durbin Watson (test au premier lag, en général utilisé pour tester les autocorrélations des résidus d'une régression)
- Runs Test: test les changement de direction, capable de détecter des dépendances non triviales plus puissant que Durbin Watson

```
x <- factor(sign(rclases[rclases!=0]))
> runs.test(x)
Runs Test
data: x
Standard Normal = -0.908, p-value = 0.3639
alternative hypothesis: two.sided
```

Fonction d'autocorrélation

$$\rho_k = \frac{\text{cov}(y_t, y_{t+k})}{\sigma(y_t) \sigma(y_{t+k})} = \frac{E[(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu)]}{E[(y_t - \mu)^2]}$$



```
rclases=rev(read.csv("^FCHI.txt")[, "Close"])
rclases=diff(log(rclases))
acf(rclases)
```

Ces questions seront détaillées avec l'étude des séries temporelles

Daniel HERLEMONT

22

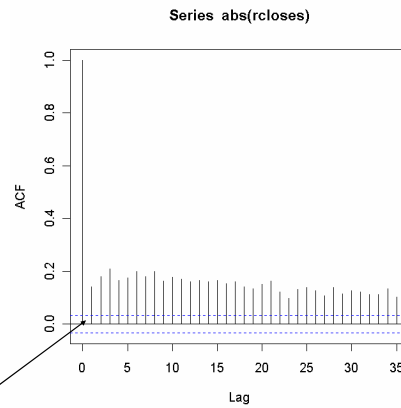
## Indépendance ?

- Mais absence d'autocorrélations linéaires n'est pas synonyme d'indépendance ....

- ☞ Ce n'est que du blanchiment du bruit par effet des arbitragistes statistiques ... (Mandelbrot)

- D'autres dépendances, non linéaires existent :

- ☞ Autocorrélation de la valeur absolue
  - ☞ ou de la volatilité (c'est presque identique à la valeur absolue)



L'autocorrélation est significative car au dessus de la ligne pointillée correspondante à l'intervalle de confiance à 95%

acf(abs(rcloses))

Daniel HERLEMONT

23

## Asymétrie et kurtosis

- En général, les actifs financiers ont une asymétrie négative:

- ☞ Les pertes sont de plus grande ampleur que les hausses, et moins fréquentes que les hausses
  - ☞ Les blue ships sont plus souvent sujettes à des krachs => forte asymétrie négative.
  - ☞ en général un investisseur préfère l'inverse ...



$$\text{skewness} = E(X - E(X))^3 / \text{standardDeviation}^3$$

> skewness(rCAC40)  
[1] -0.08943

$$\text{kurtosis} = \frac{E(X - E(X))^4}{\sigma^4}$$

> kurtosis(rCAC40)  
[1] 2.53

- Kurtosis est directement liée à la queue de distribution:

- ☞ Kurtosis = 3 pour une gaussienne
  - ☞ > 3 pour des distributions à queues épaisses

Les distributions (empiriques par exemple) peuvent être approchées par des développement de Taylor, jusqu'aux ordres 3 et 4:

- approximation d'Edgeworth
- approximation de Cornish Fisher : utile dans l'estimation des quantiles:

on peut approcher z, tq  $F(z) = 1 - \alpha$  à partir de  $z_c$  ta  $N(z_c) = 1 - \alpha$  l'asymétrie S et la Kurtosis (en excès) K

$$z = z_c + \frac{1}{6}(z_c^2 - 1)S + \frac{1}{24n}(z_c^3 - 3z_c)K - \frac{1}{36n}(2z_c^3 - 5z_c)S^2$$

Daniel HERLEMONT

24

## Effets d'échelle - volatilité

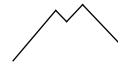
$\sigma(T) \sim t^H$  H = exposant de Hurst  
 induit, des auto-corrélations "longues", souvent modélisé par des processus de type "fractals", H est coef. de similarité H.

>1/2 **Persistence**: auto-corrélation positive, les fortes hausses (resp. baisses) ont tendance à se succéder, plus souvent le cas pour des actions/indices (actions/indices H ~ 0.6 - 0.7)

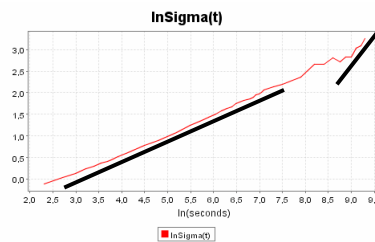


H = 1/2 **Gaussien**, cas de l'hypothèse statique forte

<1/2 **Anti Persistence**, auto-corrélation négative: une forte hausse (resp. baisse) sera plutôt suivie d'une forte baisse (resp. hausse), semble être le cas intraday en période calme



exemple: intraday CAC40 Futures en période "calme" de 11:00:00 à 14:30:00 :  
 $\sigma(t) = 0,69 t^{0,33}$   
 $\ln(\sigma) = -0,38 + 0,33 \ln(\text{seconds})$  R2=0.91



H de l'ordre de 0.6 sur actions et indices: persistance à des échelles de temps plus longues (>journée)

H=0.33 => Anti-persistence intraday semble + prononcée en périodes les plus calmes

Estimation de H : Statistique R/S, Ondelettes, ...

H=0.33 Semble en désaccord avec la littérature H=0.6-0.7 a vérifier de plus près ....

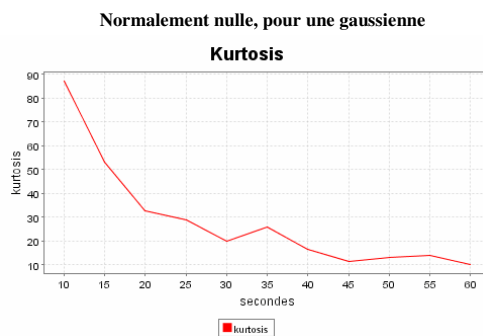
Daniel HERLEMONT

25

## Effets d'échelle - Kurtosis

Excès de Kurtosis  $K(t) \sim K_1/t^{1/2}$   
 correspond aussi à l'effet de gaussianité par aggrégation  
 K diminue lorsque t augmente ...

Interprétation classique: l'épaisseur de la queue est aussi une signature d'inefficience due à la présence de spéculateurs. La kurtosis serait directement liée au mimétisme ?



La kurtosis est probablement infinie, ce qui remet en cause toute approximation du type dépend de l'exposant de la queue de distribution,

distribution gaussienne ou exponentielle: tous les moments sont finis

loi puissance d'exposant  $\alpha$   $P(X>x) \sim C x^{-\alpha-1}$  : les moments d'ordre supérieurs à  $\alpha$  sont infinis avec  $\alpha \sim 3$  la kurtosis est infinie ...

Instabilité de l'estimation: l'intervalle de confiance de la kurtosis empirique dépend des moments théoriques d'ordre 8 !!! Sans doute infinis ...

ref: "empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues", Rama Cont.

Daniel HERLEMONT

26